INSPECTORATUL ŞCOLAR AL JUDEȚULUI SĂLAJ
Loc. Zalău, str. Unirii, nr. 2,
Tel: 0260-661391, Fax.: 0260-619190
E-mail: isjsalaj@isj.sj.edu.ro

MINISTERUL EDUCAȚIEI CERCETĂRII TINERETULUI ŞI SPORTULUI

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – 11 februarie 2012

Clasa a XI-a

1). Tekintsük az $A, B \in M_n(Z)$ mátrixokat úgy, hogy $\det A$ és $\det(A+B)$ számok páratlan egész számoklegyenek. Igazold, hogy: $\det(A+kB) \neq 0$, $k \in Z$

2). Legyenaz $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sorozatúgy, hogy $a_1 \in (0,1)$ és $a_{n+1} = a_n(1-a_n)$, $\forall n \in N^*$.

Mutasdki, hogy: $\lim\limits_{n\to\infty}(n \cdot a_n) = 1$.

3). Számítsdkiazalábbihatárértéket: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}+...+\sqrt[n]{x}-n}{x^n-1}\right)$, $\forall\, n \in \mathbf{N}^*$, $n \geq 2$.

4). Legyenekaz A, $B \in M_2 \in (\mathbf{R})$ mátrixok úgy, hogy Tr(AB)=3 şi det(AB) = 1.

Mutasdki, hogy:

a) Az A mátrix invertálható.

b) $(BA)^{-1} = 3I_2 - BA$

MEGJEGYZÉS:
Minden feladat kötelező.
Minden feladat 7 pontot ér.
Munkaidő: 3 óra